

Proposition de stage M2 2024-25

Commande optimale en épidémiologie avec apparition de variants

UMR MISTEA, Montpellier

7 novembre 2024

Contexte. De nombreux travaux portant sur la commande optimale de modèles classiques en épidémiologie, comme les modèles SIR, SIS, SIRS... ont été réalisés pour différents objectifs : minimisation du nombre d'infectés, du pic épidémique, de la taille finale... pour des contrôles comme l'isolation ou la vaccination (voir par exemple [2, 3, 4, 5]). La plupart de ces travaux supposent que les paramètres du modèle, notamment les taux de contamination et de guérison, sont constants au cours du temps. Cependant, la crise récente du covid-19 a montré l'importance de pouvoir considérer l'apparition de variants (non connus à l'avance), qui présentent des caractéristiques (paramètres des modèles) différents.

Objectifs. Il s'agit de formaliser et étudier des problèmes de commande optimale avec paramètres constants par morceaux. On cherchera à l'aide de conditions nécessaires d'optimalité [7] à analyser la structure des stratégies optimales (commutations, arcs singuliers...). Des résolutions numériques, à l'aide notamment de la `control-toolbox`¹ sous `Julia`, pourront être utilisés pour avoir des idées sur les solutions optimales, et vérifier les calculs analytiques. Mais ce sera l'obtention de synthèses optimales en rétro-action ("feedback") qui sera attendue, alors que les méthodes numériques ne donnent en général que des solutions en fonctions du temps. Ainsi les objectifs du stage sont

1. méthodologiques : dérivation de conditions nécessaires d'optimalité à paramètres incertains constants par morceaux,
2. numériques : implémentation sous `Julia`,
3. applicatifs : modèles SIR/SIS/SIRS avec apparition de variants.

Les attentes de ce stage sont de comprendre l'impact de l'apparition de variants sur la structure des politiques optimales, et de les comparer avec différentes stratégies sous-optimales comme par exemple celle basée sur des valeurs moyennes des paramètres.

1. La `control-toolbox` représente un écosystème rassemblant des paquets `Julia` permettant de résoudre des problèmes de commande optimale (la documentation disponible sur [OptimalControl.jl](#)).

Déroulement du stage. Le/la étudiant commencera tout d'abord à se familiariser avec les divers modèles en épidémiologie [6], avant de débiter l'étude de problèmes de commande optimale avec apparition d'un variant, puis d'une succession de variants. Dans un premier temps, on supposera connues les caractéristiques des variants, puis incertaines dans un second temps. Dans ce dernier cas, le problème de commande optimale sera étudié "en moyenne", critère pour lequel on pourra utiliser des résultats récents portant sur les conditions nécessaires d'optimalité [1].

Il ou elle sera encadré(e) par deux chercheurs seniors, Alain Rapaport et Patrice Loisel, et un post-doc, Anas Bouali, dans le cadre du projet NOCIME ([site web](#)) financé par l'ANR.

Contacts. Alain Rapaport : alain.rapaport@inrae.fr, Patrice Loisel : patrice.loisel@inrae.fr, Anas Bouali : anas.bouali@inrae.fr

Références

- [1] Piernicola Bettiol, Nathalie Khalil. Average Cost Minimization Problems Subject to State Constraints. *SIAM Journal on Control and Optimization* 2024 62(3), 1884-1907. [lien](#)
- [2] Dan Goreac, Alain Rapaport. About optimal control problem under action duration constraint and infimum-gap. *American Institute of Mathematical Sciences* 12 "Ivan Kupka Legacy A tour Through Controlled Dynamics" 2024, 269-279. [lien](#)
- [3] Dan Goreac, Alain Rapaport. Linfty/L1 duality results in optimal control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, 69 (10), 6967-6973. [lien](#)
- [4] Emilio Molina, Alain Rapaport. An optimal feedback control that minimizes the epidemic peak in the SIR model under a budget constraint. *Automatica*, 2022, 146. [lien](#)
- [5] Emilio Molina, Alain Rapaport, Héctor Ramírez. Equivalent Formulations of Optimal Control Problems with Maximum Cost and Applications. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2022, 195, 953-975. [lien](#)
- [6] Michael Li. *An Introduction to Mathematical Modeling of Infectious Diseases*, Springer 2018. [lien](#)
- [7] Richard Vinter. Minimax Optimal Control. *SIAM Journal on Control and Optimization* 2005 44(3), 939-968. [lien](#)