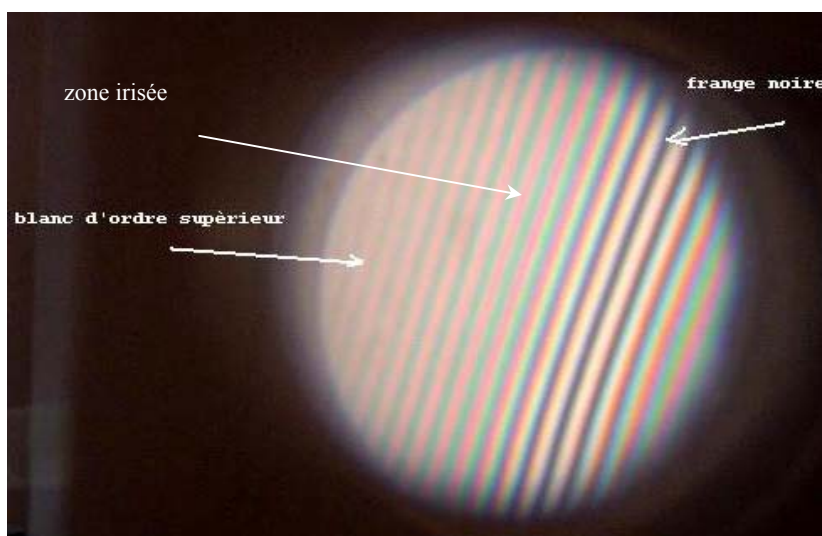


E - Application de la spectrométrie à l'étude des couleurs interférentielles – spectres cannelés

Nous allons voir ici différentes expériences où l'utilisation d'un spectromètre à CCD permet de réaliser des mesures rapides et précises, afin d'analyser une couleur interférentielle ou le spectre cannelé d'un blanc d'ordre supérieur, pour en déduire des informations quantitatives sur une différence de marche (donc une épaisseur ou un indice de réfraction).

I - Interféromètre de Michelson éclairé en lumière blanche

On règle le Michelson en coin d'air de façon à voir des franges d'interférences (il faut être très près du contact optique car la source est très peu cohérente, comme on va le voir). On doit projeter sur l'écran l'image des miroirs puisque les franges de coin d'air y sont localisées. Ensuite, on place la fibre optique d'un spectromètre à CCD dans une zone de l'image afin d'observer le spectre d'une zone colorée ou blanche (la mesure faite par la fibre est quasi-ponctuelle).

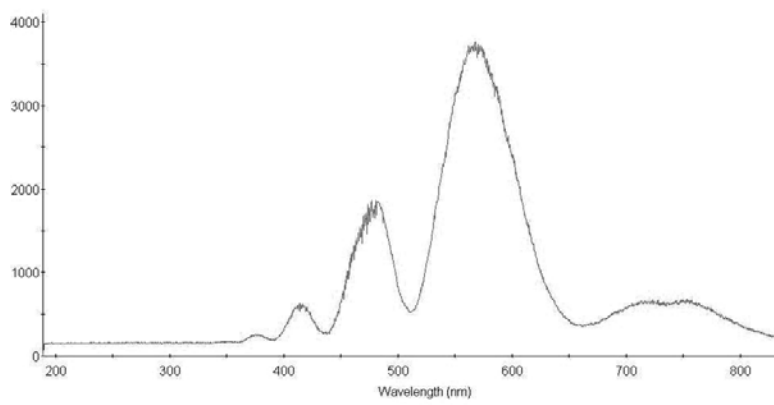


La figure ci-dessous montre un exemple de spectre obtenu dans une zone où l'œil perçoit une coloration. On observe sur ce spectre des cannelures (minimum d'intensité) correspondant aux longueurs d'onde pour lesquelles les interférences sont destructives, ce qui se produit (en incidence quasi-normale) pour :

$$\text{différence de marche} = 2e = k\lambda, \quad k \text{ entier} \quad \text{donc} \quad 1/\lambda_k = k/(2e)$$

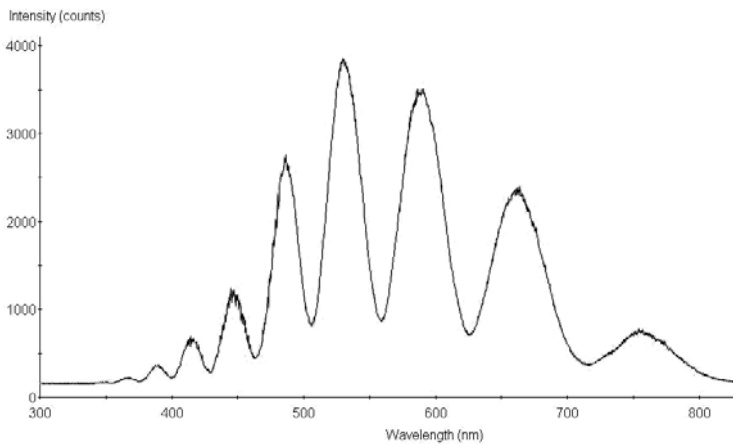
où e est l'épaisseur locale du coin d'air, qui varie perpendiculairement à la direction des franges (la frange centrale noire correspond à $e = 0$: interférences destructives pour toute λ).

La position des cannelures dans le spectre est donc périodique en $1/\lambda$. La période ($1/2e$) – ainsi que la teinte perçue – est caractéristique de l'épaisseur. Elle est d'autant plus courte que l'épaisseur e du coin est grande, donc le nombre de cannelures dans le visible augmente avec l'épaisseur e . En relevant les valeurs de λ correspondant aux cannelures et en appliquant la loi ci-dessus, on peut en déduire une mesure de l'épaisseur locale e .



Lorsque le nombre de cannelures dans le visible n'est pas trop élevé (ici 3), l'œil arrive à distinguer une teinte, analysée ici à l'aide d'un spectromètre à CCD.

I.1. Mesure de l'épaisseur correspondant au début du blanc d'ordre supérieur (longueur de cohérence temporelle de la lampe blanche)



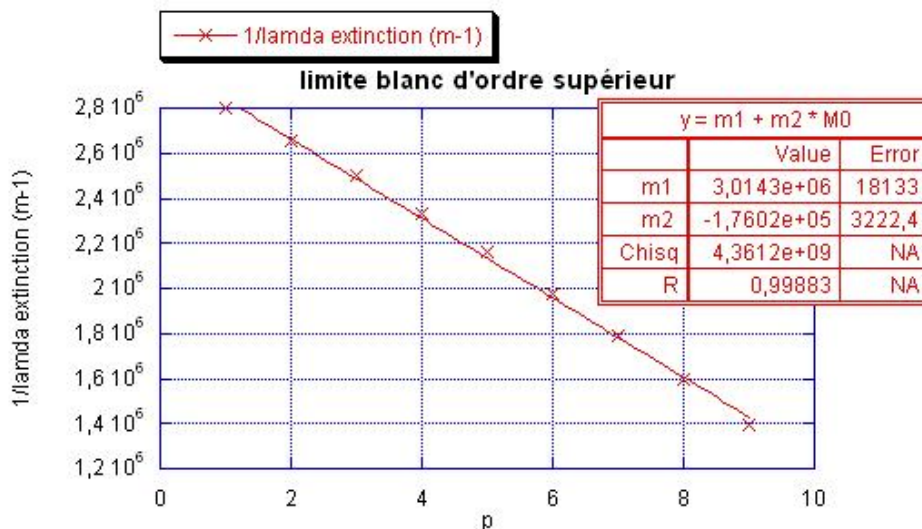
Lorsqu'il y a plus de 5 ou 6 cannelures dans le visible (spectre ci-contre), l'œil voit du blanc, comme s'il n'y avait pas d'interférences (on peut le vérifier en cachant la lumière dans un des deux bras du Michelson : les cannelures disparaissent et pourtant l'œil ne perçoit pas vraiment de différence de teinte).

Ce « blanc cannelé » est appelé blanc d'ordre supérieur.

L'épaisseur e_c correspondant au début du blanc d'ordre supérieur renseigne sur la longueur de cohérence temporelle L_c de la lampe blanche (différence de marche maximale donnant lieu à des interférences visibles à l'œil) puisque $L_c = 2 \times e_c$. On va l'estimer en analysant les positions des cannelures obtenues dans cette zone.

Les cannelures visibles correspondent (de gauche à droite) aux ordres k_0, k_0-1, k_0-2, \dots où l'ordre initial k_0 est inconnu. On numérote donc les cannelures par $p = 1, 2, \dots$ et on trace $1/\lambda_p$ en fonction de p (le « numéro » p est différent de l'ordre d'interférences k mais cela ne change pas la valeur de la pente de la droite obtenue, car $k = k_0 - p$).

Ici, on trouve une pente $-1,76 \times 10^5 \text{ m}^{-1} = -1/(2e_c)$, d'où $e_c \approx 3 \text{ }\mu\text{m}$ et $L_c \approx 6 \text{ }\mu\text{m}$.



On n'a pas fait d'estimation d'incertitudes ici (la valeur du χ^2 donnée dans le tableau ci-dessus est donc erronée) car on cherche un ordre de grandeur, dans la mesure où la limite où commence le blanc d'ordre supérieur est assez vague.

On retiendra que pour un film d'épaisseur supérieure à **quelques microns**, on ne voit pas d'interférences à l'œil (si la source lumineuse est blanche). C'est pour cela qu'on ne voit pas de couleurs interférentielles sur une vitre par exemple, alors qu'on peut en voir sur les bulles de savon ou les flaques d'huile sur une chaussée mouillée (films très minces).

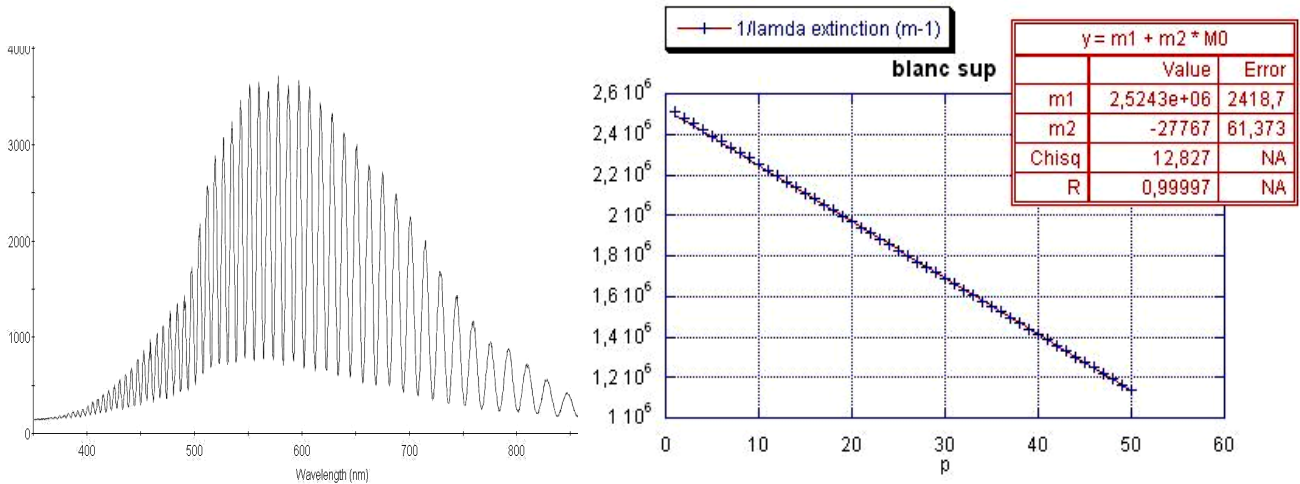
I.2. Mesure précise d'une épaisseur de lame d'air grâce à l'étude du spectre cannelé

On règle maintenant le Michelson en lame d'air (anneaux localisés à l'infini, donc on place l'écran dans le plan focal d'une lentille convergente) et on règle l'épaisseur de la lame pour être largement dans le blanc d'ordre supérieur, avec un nombre important de cannelures.

On va mesurer l'épaisseur e de la lame d'air de deux manières différentes :

- à l'aide du Vernier (il faut auparavant avoir repéré le plus précisément possible la position du contact optique). Cette méthode est limitée par la précision du Vernier, dont la plus petite graduation correspond à 10 μm. On trouve par exemple ici $e = 17 \pm 5 \mu\text{m}$ (précision 30 % : très médiocre).

- en exploitant le spectre cannelé :



La pente de la droite vaut $m_2 = -1/(2e)$. On en déduit $e = 18,01 \pm 0,04 \mu\text{m}$ (précision 0,2 %)

Pour estimer l'incertitude Δe , on a utilisé le fait que $\Delta e/e = \Delta m_2/m_2$, où Δm_2 est calculée par le logiciel Kgraph (voir la colonne « Error » dans le tableau ci-dessus). Pour cela, on a estimé une incertitude de pointé des cannelures $\Delta \lambda$, puis on en a déduit l'incertitude sur $1/\lambda$ par $\Delta(1/\lambda) = \Delta \lambda/\lambda^2$.

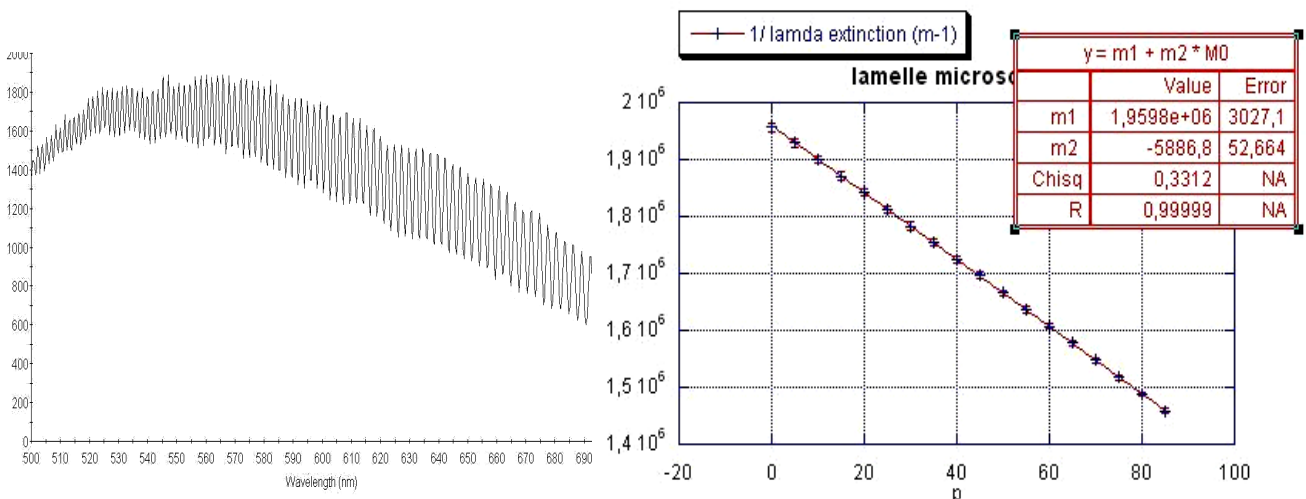
Cette méthode est beaucoup plus précise que la précédente (précision 40 nm au lieu de 5 μm !).

Remarque : Si vous déréglez par mégarde votre Michelson, pensez à utiliser un spectromètre pour retrouver le contact optique. Il suffit de « charioter » de façon à diminuer le nombre de cannelures !!! Si votre œil n'est plus capable de voir les interférences, le spectromètre, lui, les voit ...

I.3. Application : mesure de l'épaisseur optique d'une lamelle de microscope

On vient de voir que l'étude d'un spectre cannelé permet de faire des mesures très précises d'épaisseur. On va appliquer cette méthode à la mesure d'une épaisseur de lamelle de microscope.

On se place au contact optique le plus précisément possible et cette fois, au lieu de translater le miroir pour aller au blanc d'ordre supérieur, on place une lamelle de microscope devant un des miroirs (sans le rayer !!! utiliser un support approprié). Cela introduit un déphasage, donc un décalage des franges d'interférences vers le blanc d'ordre supérieur. On enregistre alors un spectre cannelé :



Attention : la pente de la droite n'est plus $-1/(2e)$ mais $-1/[2(n-1)e]$ où e est l'épaisseur de la lamelle, d'indice n (il faut tenir compte du fait que l'air, d'indice 1, a été remplacé par la lamelle de microscope, d'indice n).

On trouve : $(n-1) \times e = 0,850 \mu\text{m}$, soit $e = 170 \pm 2 \mu\text{m}$ en supposant $n = 1,50$ (hypothèse d'un verre léger, type Crown, qu'il faudrait vérifier ...). La valeur standard pour les lamelles de microscope est $170 \mu\text{m}$.

II. Interférences en lumière polarisée

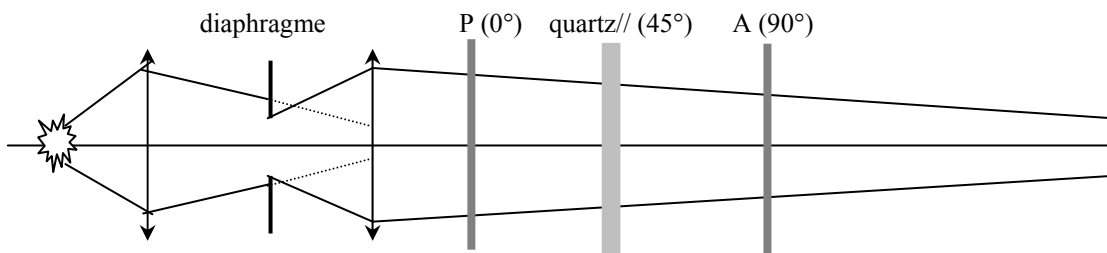
La mesure de spectres cannelés est utile également pour étudier des objets biréfringents ou des effets de polarisation rotatoire :

II.1. Biréfringence du quartz

On utilise ici une lame de quartz *parallèle* (ie. taillée parallèlement à l'axe optique) afin de ne pas avoir de phénomène de double réfraction mais uniquement une modification de la polarisation de la lumière lors de la traversée de la lame.

Connaissant son épaisseur e (ici 4 mm), on cherche à mesurer sa biréfringence : $\Delta n = n_2 - n_1$.

On réalise un montage optique permettant d'éclairer en lumière blanche quasi-parallèle la lame de quartz placée entre deux polaroïds (polariseur et analyseur). Les lignes neutres de la lame de quartz sont placées à 45° des deux polaroïds, qui eux sont croisés (c'est ce la configuration qui permet de mieux faire apparaître les cannelures).

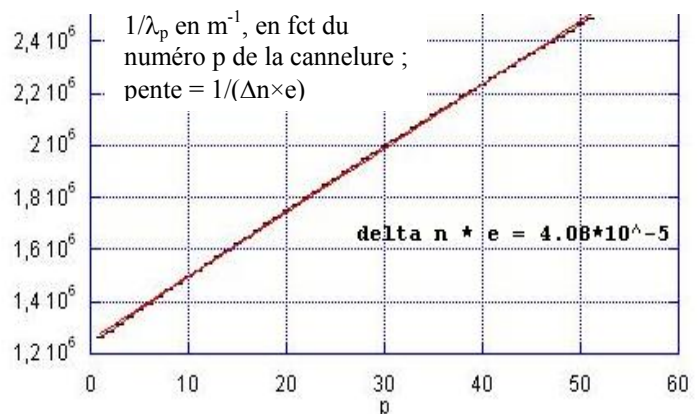
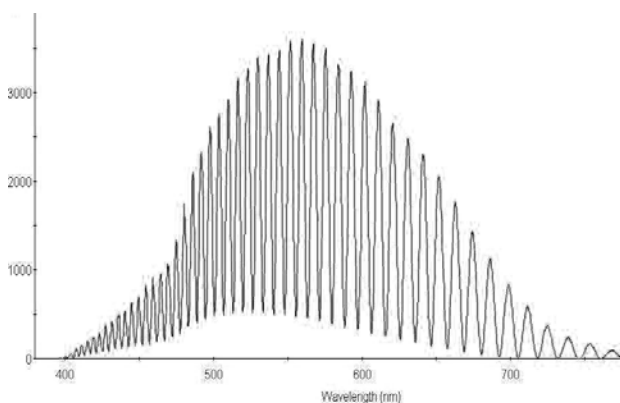


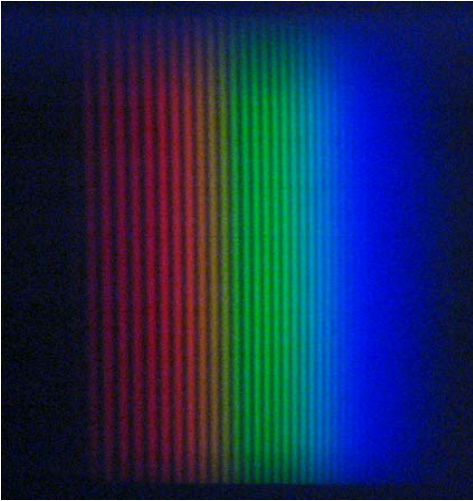
Le déphasage introduit par la lame de quartz (entre les deux composantes de la polarisation incidente suivant ses deux lignes neutres) vaut $\Delta\phi = 2\pi/\lambda \times \Delta n e$. Entre polariseur et analyseur croisés, il y a extinction si la lame de quartz ne modifie pas la polarisation, c'est-à-dire si $\phi = 2k\pi$ avec k entier, soit :

$$1/\lambda_k = k/(\Delta n \times e).$$

Comme dans les expériences précédentes, ces λ_k correspondent à des cannelures dans le spectre et donc à une certaine teinte de la lumière transmise. Si e est grand, le nombre de cannelures dans le visible est trop grand pour que l'œil perçoive une couleur : c'est le blanc d'ordre supérieur (c'est largement le cas pour une lame de quartz de 4 mm).

On voit ci-dessous le spectre cannelé mesuré et l'exploitation des positions des cannelures :





On en déduit une valeur de la biréfringence du quartz :

$$\Delta n = (1,004 \pm 0,003) \times 10^{-2}$$

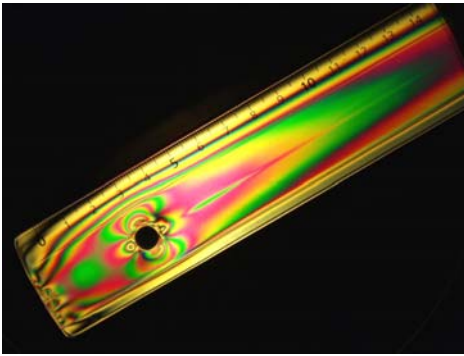
que l'on peut comparer par exemple à la valeur donnée dans le Sextant ($n = 0,0091$).

Notre mesure n'est pas compatible avec cette valeur, puisque la différence est supérieure à plusieurs fois l'incertitude (on n'a pas tenu compte de la précision sur la valeur de l'épaisseur e de la lame, car elle est inconnue).

Photo ci-contre : spectre cannelé projeté sur un écran.

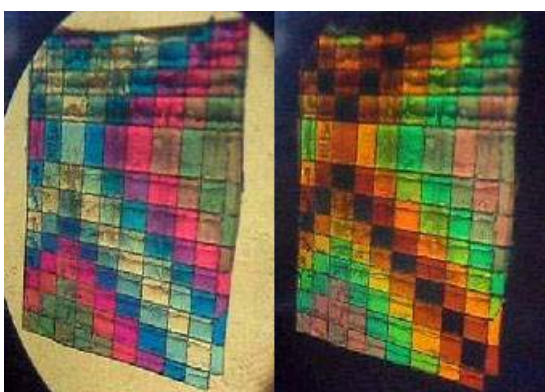
Ce spectre a été obtenu en remplaçant dans le montage schématisé ci-dessus le diaphragme par une fente fine, et en ajoutant un réseau. On y distingue bien les nombreuses cannelures noires, plus espacées dans le rouge (à gauche) que dans le bleu : elles sont périodiques en $1/\lambda$.

II.2. Biréfringence du ruban adhésif



Différents matériaux courants sont biréfringents : ruban de scotch, cellophane, plastique d'emballage, boîtier de CD, règle en plastique ... Cela est souvent dû à des effets de contrainte lors de la fabrication de ces matériaux, qui leur confère une certaine anisotropie, visible en lumière polarisée par l'apparition de couleurs (c'est d'ailleurs un phénomène utilisé pour la visualisation des contraintes dans les matériaux : la photoélasticimétrie). On s'intéresse ici à la biréfringence d'un ruban de scotch :

Dans le montage précédent, on remplace le quartz par des rubans de scotch superposés (avec la même orientation). On utilise du scotch transparent (et non diffusant). La photo ci-dessous montre un empilement d'un petit nombre (1 à 8) de rubans de scotch croisés (entre polaroïds // à gauche, \perp à droite), qui donne des couleurs vives (chaque couleur correspond à une certaine épaisseur) donc un petit nombre de cannelures. Pour faire des mesures précises, on aura intérêt à avoir un grand nombre de cannelures, donc on superpose un grand nombre de rubans. Le graphique ci-dessous correspond à 18, 20 et 22 épaisseurs :



La pente de la droite $1/(\Delta n \times e)$ diminue bien quand on augmente le nombre N d'épaisseurs de scotch, puisque l'épaisseur totale vaut $e = N \times e_0$ où e_0 = épaisseur d'un seul ruban de scotch. On mesure :

$$N = 18 \rightarrow \text{pente } 1,761 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \rightarrow \Delta n \times e_0 = 0,32 \text{ } \mu\text{m}$$

$$N = 20 \rightarrow \text{pente } 1,6044 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \rightarrow \Delta n \times e_0 = 0,31 \text{ } \mu\text{m}$$

$$N = 22 \rightarrow \text{pente } 1,4963 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \rightarrow \Delta n \times e_0 = 0,30 \text{ } \mu\text{m}$$

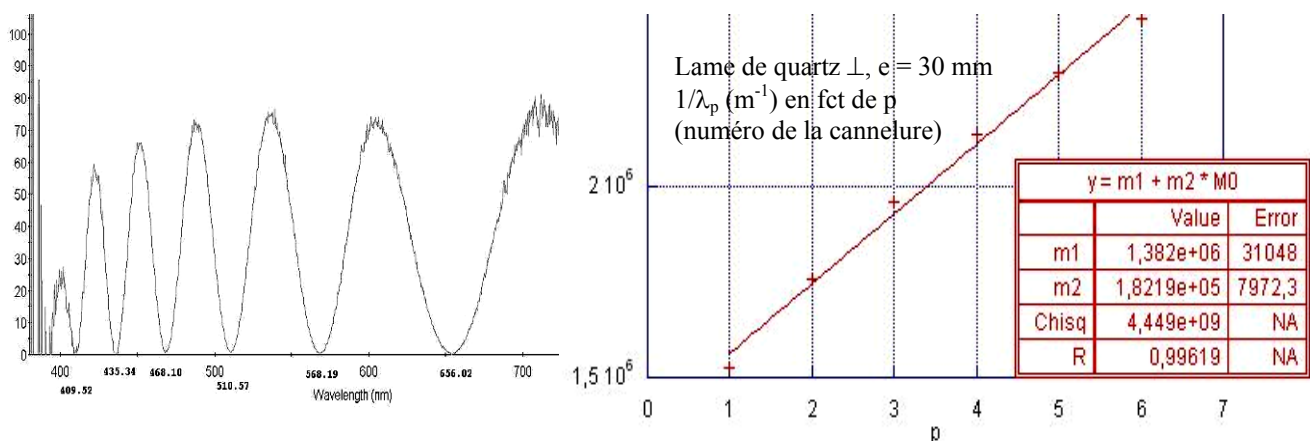
Pour estimer e_0 , on empile $N = 20$ rubans et on mesure au pied à coulisse $e \approx 1 \text{ mm}$. On en déduit $e_0 \approx 50 \text{ } \mu\text{m}$, donc une biréfringence $\Delta n \approx 6 \times 10^{-3}$.

II.3. Pouvoir rotatoire

Dans le quartz, la polarisation rotatoire est un phénomène très faible devant la biréfringence. Pour la mettre en évidence, on doit donc éliminer la biréfringence, ce qui est possible si on utilise une lame de quartz taillée *perpendiculairement* à l'axe optique, et éclairée en incidence normale.

Comme précédemment, on place la lame de quartz entre polariseur et analyseur croisés. On observe une certaine couleur sur l'écran, qui provient du mélange des différentes longueurs d'onde transmises. En effet, la lame de quartz perpendiculaire fait tourner la polarisation d'un angle α dépendant de λ . La projection sur l'analyseur dépend donc de λ , d'où la coloration observée.

Lorsqu'on tourne la lame dans son plan, la couleur reste identique : l'effet de polarisation rotatoire (contrairement à la biréfringence) est insensible à l'orientation de la lame de quartz dans son plan. Par contre si on incline cette lame, les couleurs changent, cela est dû à la biréfringence qui n'est plus annulée. On fera donc attention à bien travailler avec un faisceau de lumière parallèle en incidence normale sur la lame.



Si le polariseur et l'analyseur sont croisés, la position des cannelures est donnée par $\alpha(\lambda) = k\pi$ (et non 2π comme en biréfringence !!! ici α est un angle définissant une direction de polarisation et non un déphasage !!!). Lorsqu'on tourne l'analyseur (ou le polariseur) les cannelures se décalent, car on change la condition de cannelure, qui devient $\alpha(\lambda) = \theta + k\pi$ si l'angle entre polariseur et analyseur est $\pi/2 + \theta$.

La biréfringence du quartz donnait une cinquantaine de cannelures pour une épaisseur de 4 mm. Ici, on ne voit que 6 cannelures pour une épaisseur de 30 mm : l'effet est donc bien plus faible.

On souhaite avoir une mesure de $\Delta n' = n_g - n_d$, qui représente cette fois la différence entre les indices de réfraction du milieu pour une onde polarisée circulairement gauche et droite. L'angle α est relié à la différence d'indices et à la longueur d'onde par :

$$\alpha = \pi/\lambda \times \Delta n' e \quad (\text{voir par exemple le Sextant})$$

On en déduit que les cannelures correspondent aux longueurs d'onde λ_k telles que : $\Delta n' \times e = k\lambda_k \Rightarrow 1/\lambda_k = k/(\Delta n' \times e)$

L'exploitation de la position des cannelures donne : $\Delta n' \approx 1,8 \cdot 10^{-4}$, très faible devant le Δn de la biréfringence ($\approx 10^{-2}$).

Remarque : on a supposé ici que $\Delta n'$ était indépendant de λ , ce qui n'est pas rigoureusement le cas. Ceci peut expliquer que la courbe précédente ne parait pas tout à fait linéaire (les incertitudes n'ayant pas été estimées dans cette mesure – c'est pas bien ! – il est difficile d'en dire plus). On a donc estimé ici un $\Delta n'$ moyen dans le visible