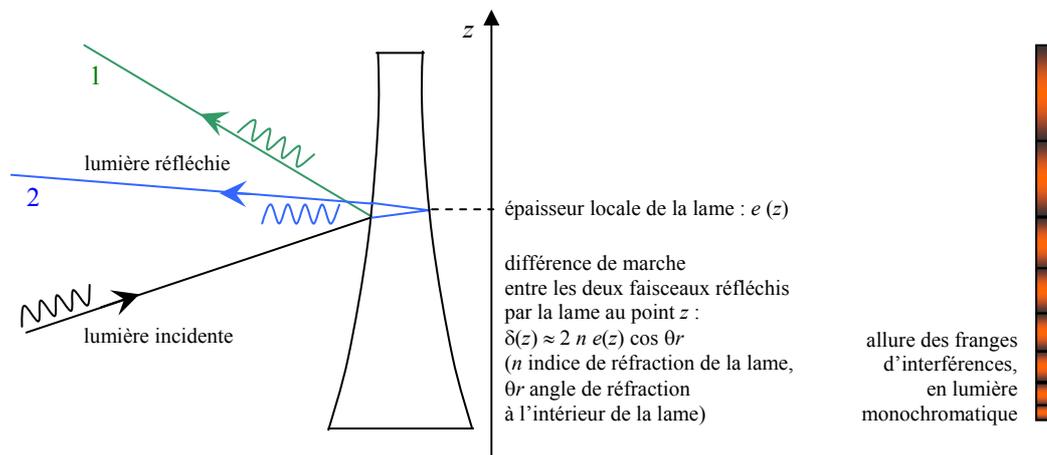


B - Interférences produites par une lame mince : franges d'égal épaisseur d'une lame de savon, interféromètre de Michelson en coin d'air et anneaux de Newton.

Mots clefs : Interférences – franges d'égal épaisseur – division d'amplitude – localisation – contraste – teintes de Newton – blanc d'ordre supérieur – spectroscopie.

I – Lame de savon :

Lorsqu'on observe la lumière réfléchi sur une simple lame (ou bulle) de savon, des **franges colorées** apparaissent. Ceci est dû aux interférences entre les deux types de faisceaux lumineux réfléchis par la lame : le faisceau (1) réfléchi au niveau de la première interface - air / savon - et celui (2) réfléchi au niveau de la seconde interface - savon / air :



Le second faisceau parcourt une distance plus importante que le premier, car il effectue un aller-retour dans la lame. Ceci produit un déphasage par rapport au premier faisceau. L'intensité de l'onde résultante dépend à la fois de la longueur d'onde de la lumière et de l'épaisseur optique locale de la lame.

Le déphasage entre les deux faisceaux est : $\Delta\phi = 2\pi/\lambda \times \delta + \pi \approx 4\pi n e / \lambda + \pi$ sous incidence faible ($\cos \theta_r \approx 1$)

(le déphasage supplémentaire de π est dû au fait que le coefficient de réflexion est négatif pour le premier faisceau, se réfléchissant à l'interface air / savon, alors qu'il est positif pour le second, se réfléchissant à l'interface savon / air)

Les interférences sont :

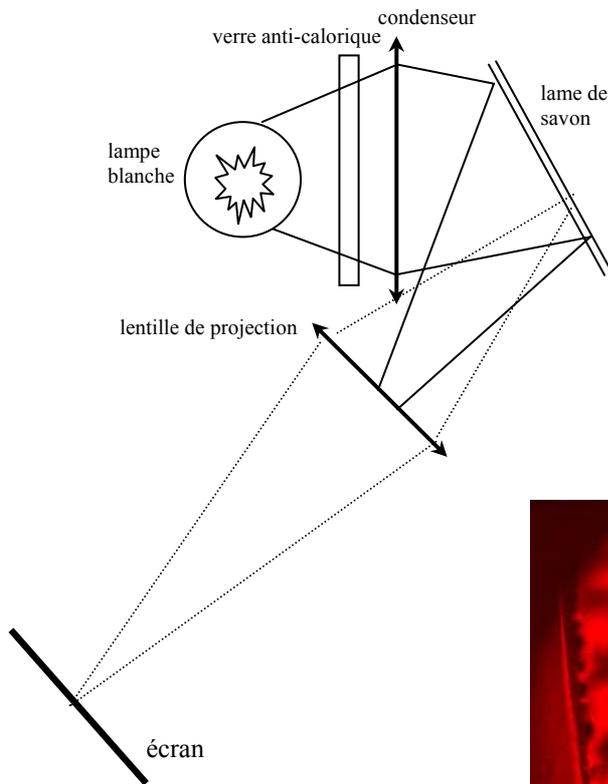
- **constructives** si les deux ondes réfléchies sont **en phase**, c'est à dire si $\Delta\phi = 2k\pi$, k entier (ordre d'interférence) : les premières **franges brillantes** correspondent aux épaisseurs e telles que $2n e = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots$

- **destructives** si elles sont en **opposition de phase** : $\Delta\phi = (2k+1)\pi$. Les **franges sombres** correspondent donc aux épaisseurs telles que $2n e = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$ (c'est le cas en particulier si l'épaisseur est quasi-nulle)

On voit que l'état d'interférence est directement relié à l'épaisseur de la lame. C'est pourquoi on parle de **franges d'égal épaisseur** : le long d'une frange donnée, l'épaisseur reste constante, il s'agit donc en quelque sorte de **lignes de niveaux**, comme celles qui donnent l'altitude sur une carte géographique.

Les deux faisceaux qui interfèrent se croisent à proximité de la lame de savon (voir la remarque plus loin). Les interférences sont donc **localisées au voisinage de la lame**. Pour les observer, il faut faire l'image de la lame :

- **Montage optique** : Ces franges peuvent être observées simplement à l'œil nu, mais il est plus spectaculaire de les projeter sur un grand écran :



Recette pour réaliser une lame fine, de durée de vie assez longue (elle peut tenir 1 h en l'absence de courants d'air) : 1 volume de liquide vaisselle + 1 volume de glycérol + 8 volumes d'eau. **Support** : cadre rectangulaire en plastique fin fixé sur une tige, montée sur un pied d'optique.

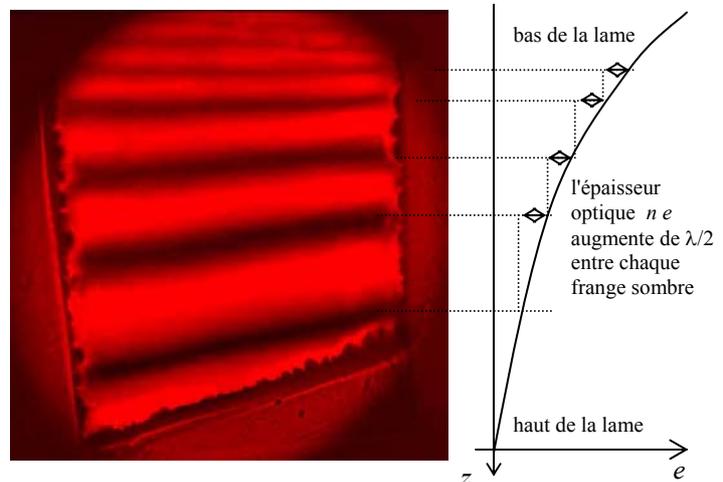
Montage optique permettant d'éclairer la lame de savon et de projeter son image sur un écran :

Veiller à bien éclairer la lame sur toute sa surface (la placer juste derrière le condenseur). Régler la distance source - condenseur afin de faire converger la lumière de la source au voisinage du centre de la lentille de projection.

Ajouter un verre anti-calorique derrière la lampe si elle est puissante (sinon les infrarouges risquent de diminuer la durée de vie de la lame en la chauffant : elle éclate très vite).

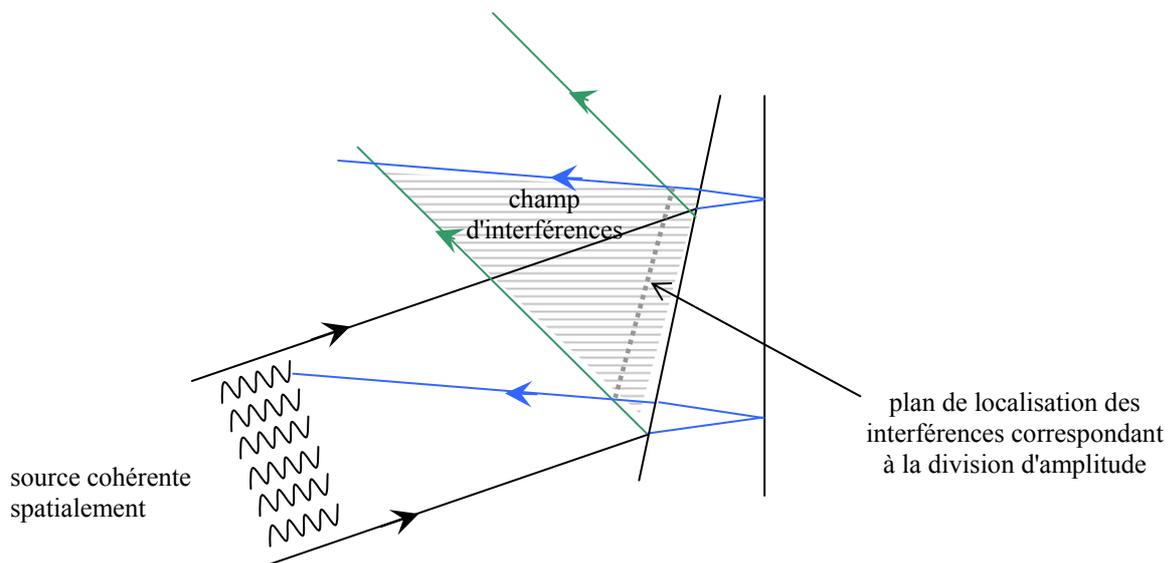
Faire pivoter la lame d'un petit angle permettant de renvoyer la lumière réfléchie vers la lentille de projection.

Choisir une lentille de projection de focale assez courte (≈ 200 mm) et placer l'écran à grande distance (≈ 2 m), afin d'obtenir une image de grande taille. Ajouter éventuellement un miroir après la lentille afin de rabattre l'image vers un écran placé face à la source.



- **Remarque sur le problème de la localisation des interférences / lien avec la cohérence de la source** :

Si on considère un faisceau lumineux parallèle large éclairant la lame de savon, on obtient un **champ d'interférences** (lieu de superposition des deux faisceaux réfléchis) étendu. Mais les interférences ne sont visibles dans l'ensemble de ce champ que si la source lumineuse est **spatialement cohérente**, c'est à dire si tous les rayons lumineux constituant le faisceau sont en phase :



Si la source lumineuse est **spatialement incohérente** (c'est le cas si la lame est éclairée par une lampe à filament), les différents rayons constituant le faisceau ont des déphasages aléatoires les uns avec les autres et il n'est pas possible de les faire interférer. Les interférences ne pourront donc être issues que d'une **division d'amplitude** : **chaque rayon** du faisceau est séparé en **deux parties cohérentes** à l'interface air / savon. Le lieu de croisement de ces rayons est un plan situé très près de la lame : c'est le **plan de localisation**.

On peut mettre en évidence expérimentalement ce phénomène à partir du montage précédent en améliorant la cohérence de la source lumineuse (expérience délicate) : on place devant la source un diaphragme suivi d'une lentille de façon à former un faisceau parallèle issu d'une source quasi-ponctuelle. A mesure que l'on diminue la taille du diaphragme, on observe la délocalisation des interférences dans tout le champ : il n'est plus nécessaire de faire l'image de la lame pour voir des interférences.

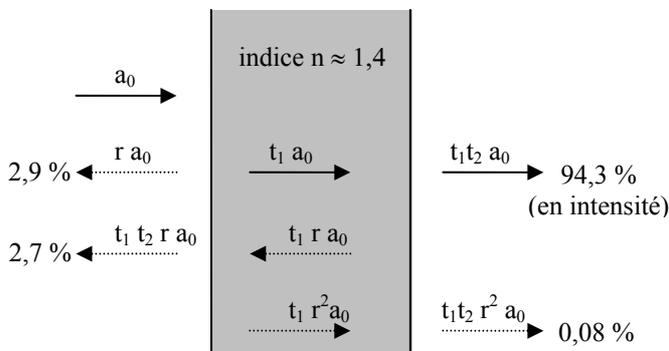
➤ **Influence de l'angle d'incidence :**

Avec le montage optique proposé, le faisceau incident n'est pas rigoureusement parallèle. La lame est éclairée en lumière peu convergente sous incidence faible : l'angle d'incidence est au maximum de l'ordre de 20° (il est difficile de faire moins car il faut renvoyer le faisceau réfléchi par la lame vers l'écran). L'angle de réfraction étant donné par $\sin \theta_i = n \sin \theta_r$, où $n \approx 1,4$ pour l'eau savonneuse, on en déduit un angle de réfraction $\theta_r \approx 14^\circ$ au maximum, d'où $\cos \theta_r = 1$ à 0,97. On commet donc une erreur relativement faible – moins de 3 % – en écrivant $\cos \theta_r = 1$ dans l'expression du déphasage.

Ceci justifie, en premier approximation, de pouvoir travailler en lumière légèrement oblique et peu convergente : l'influence de l'inclinaison est faible grâce d'une part à la réfraction, qui limite l'angle à l'intérieur de la lame, d'autre part à la dépendance en cosinus de l'angle de réfraction (donc au second ordre) de la valeur du déphasage.

➤ **Pourrait-on visualiser ces interférences en observant la lumière transmise et non réfléchie ?**

Si on ajoute une lentille en face du dispositif pour projeter l'image en transmission, on observe des interférences mais elles sont nettement moins contrastées, bien que beaucoup plus lumineuses. Pour comprendre cela, il faut considérer l'amplitude relative des deux faisceaux qui interfèrent, sachant que le **contraste** des interférences est d'autant plus **élevé** que les deux ondes qui interfèrent ont une **amplitude proche**. Or, à l'interface air / savon, les indices des deux milieux étant assez proches (on prendra ici $n \approx 1,4$ pour la lame de savon), l'essentiel de la lumière est transmise :



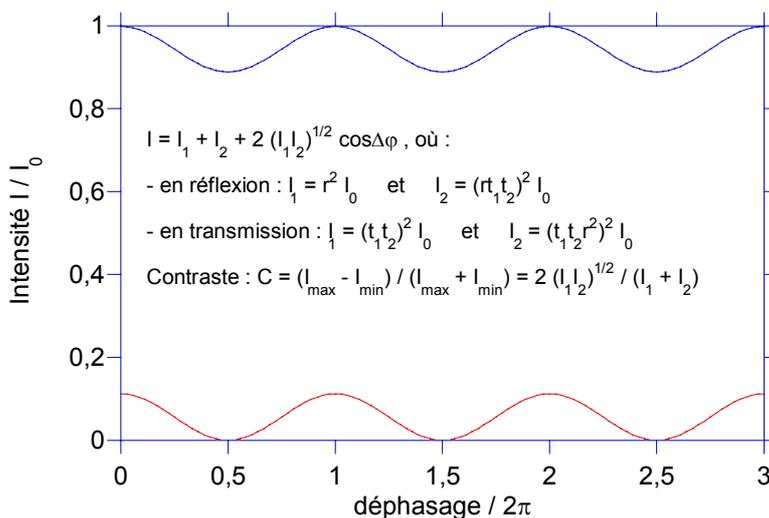
r = coefficient de réflexion en amplitude du milieu air sur savon, ou l'inverse (seul le signe change) : $r = \pm (n-1)/(n+1) = \pm 0,17$ (en incidence normale)

t_1 = coefficient de transmission en amplitude du milieu air → savon :

$t_1 = 2/(n+1) = 0,83$ en incidence normale

t_2 = coefficient de transmission en amplitude du milieu savon → air :

$t_2 = 2n/(n+1) = 1,17$ en incidence normale



Transmission

$I_{\max} = [t_1 t_2 (1 + r^2)]^2$

$I_{\min} = [t_1 t_2 (1 - r^2)]^2$

$C = 2 r^2 / (1 + r^4) \approx 2 r^2 \ll 1$

Réflexion

$I_{\max} = [r (1 + t_1 t_2)]^2$

$I_{\min} = [r (1 - t_1 t_2)]^2$

$C = 2 t_1 t_2 / [1 + (t_1 t_2)^2] \approx 1$

En réflexion, les deux faisceaux qui interfèrent ont des amplitudes faibles ($r = \pm 0,17$) mais comparables (rapport $t_1 t_2 = 0,97 \approx 1$). Les interférences sont donc **peu lumineuses mais très contrastées**.

En transmission, les deux faisceaux qui interfèrent ont des amplitudes très différentes : un faisceau très intense ($t_1 t_2 = 0,97 \approx 1$) se superpose à un faisceau beaucoup moins intense (rapport $r^2 = 0,028$). Le faisceau transmis est donc **très lumineux** mais montre des interférences **très peu contrastées**.

On pourrait également tenir compte de toutes les réflexions successives (interférences à **N ondes**), mais on voit que l'intensité diminue très vite (l'amplitude est multipliée par $r^2 = 0,028$ à chaque aller-retour dans la lame). Considérer les deux premières ondes réfléchies ou transmises est donc suffisant pour décrire le phénomène.

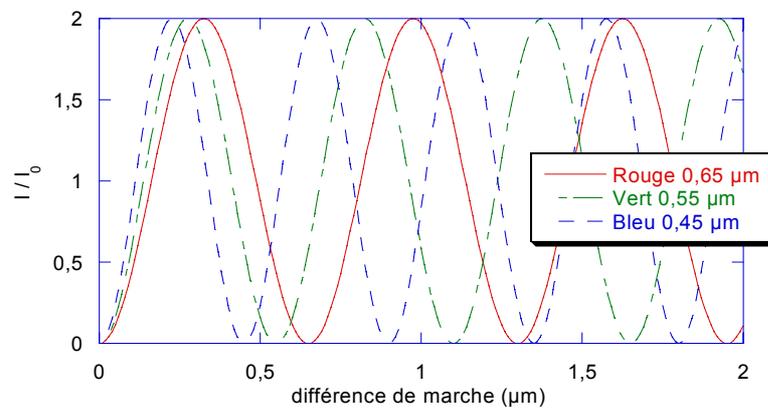
Que peut-on déduire de la figure d'interférences obtenue ?

➤ Si la lumière incidente est **monochromatique** (interposer un verre coloré), on observe des franges sur toute la surface de la lame.

- Les franges d'interférences sont **horizontales** : cela prouve que l'épaisseur de la lame est constante horizontalement. La lame étant disposée verticalement, la gravité provoque une variation de son épaisseur de haut en bas (elle est plus épaisse en bas).
- Les franges ne sont **pas équidistantes** : cela prouve que l'épaisseur de la lame ne varie pas linéairement avec l'altitude z (comme le montre le schéma en 2^{ème} page de cette notice). On observe une courbure de la lame (courbure qui augmente là où les franges se rapprochent). En observant les franges, on peut donc deviner le **profil d'épaisseur** de la lame.
- Quelle information **quantitative** donne la **position des franges** ? Le passage d'une frange sombre à la suivante correspond à une variation de la différence de marche de λ (ordre d'interférence k à $k+1$), et donc à une variation d'épaisseur optique ne de la lame de $\lambda/2$ (sous faible incidence). On peut donc mesurer une **variation d'épaisseur**, mais pas une épaisseur absolue, car on ne connaît pas la valeur de l'ordre d'interférence k associé à chaque frange. Pour la connaître, on peut passer en lumière blanche :

➤ Si on éclaire la lame par une **lumière blanche**, on observe des franges irisées.

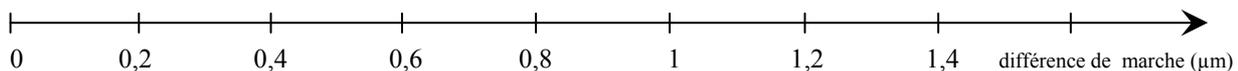
En effet, la condition d'interférences constructives ($2n e = (2k-1)\lambda/2$) dépend non seulement de l'épaisseur de la lame, mais aussi de la longueur d'onde. La position des franges dépend donc de la couleur :



L'addition de toutes ces couleurs, plus ou moins intenses suivant leur état d'interférences, donne des teintes complexes caractéristiques de la différence de marche. La seule frange qui reste sombre quelle que soit la longueur d'onde est celle qui correspond à l'ordre $k = 0$ (épaisseur nulle : interférences destructives $\forall \lambda$).

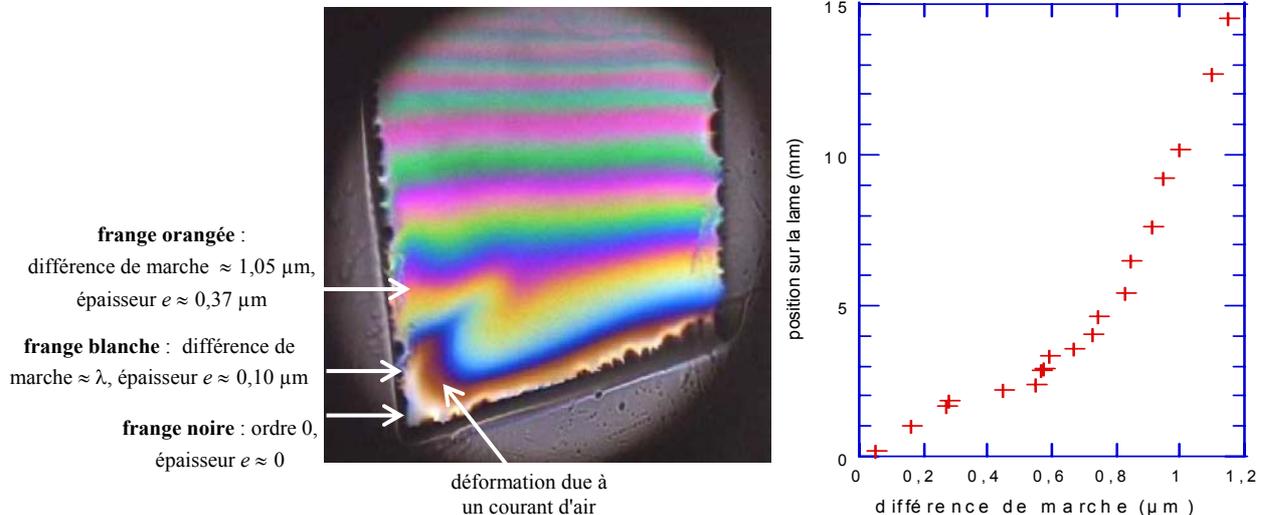
On peut interpréter quantitativement les teintes d'interférences en utilisant l'**échelle de Newton - Lévy** :

noir - gris - blanc - jaune - orange - bleu - vert - jaune - orange - rouge - bleu - vert - jaune ...



La différence de marche correspond dans notre cas à $2ne$ (sous incidence faible).

Travailler en lumière blanche permet ainsi de faire des **mesures absolues d'épaisseur optique** (on sait où se trouve l'ordre 0 : il correspond à l'unique frange noire). Sur la photo ci-dessous, on devine en haut de la lame de savon (c'est à dire en bas de l'image, qui est renversée !) une frange quasiment noire suivie d'une frange blanche puis d'une succession de couleurs : jaune - orange - violet foncé - bleu - ... c'est bien la succession des teintes donnée plus haut par l'échelle de Newton :

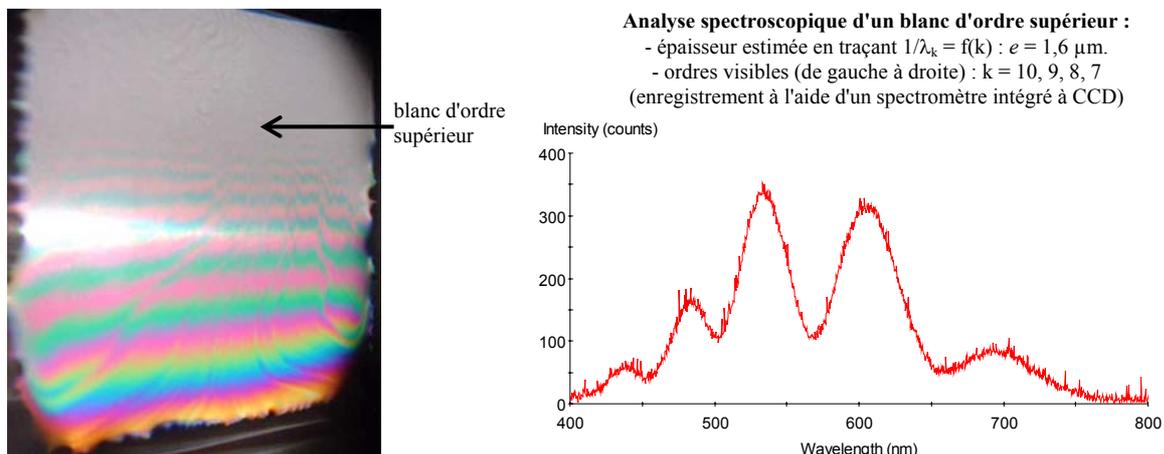


- La frange noire correspond à une épaisseur de lame quasi-nulle à l'échelle de la longueur d'onde.
- La première frange blanche correspond à une épaisseur telle que $2ne = \lambda/2$ où λ est une valeur moyenne dans le visible ($550 \text{ nm} \approx \text{jaune/vert}$). En considérant un indice $n \approx 1,4$ pour l'eau savonneuse (un peu supérieur à celui de l'eau pure : 1,33), on en déduit une épaisseur $e \approx 0,10 \mu\text{m}$.
- La première frange nettement orangée correspond à $2ne \approx 1,05 \mu\text{m}$ d'après l'échelle de Newton, soit une épaisseur $e \approx 0,37 \mu\text{m}$.

En relevant de cette façon la succession des couleurs et en les comparant à l'échelle de Newton, on en peut en déduire **quantitativement le profil d'épaisseur de la lame** (voir courbe ci-dessus).

Si l'épaisseur de la lame est importante, la condition d'interférences constructives est vérifiée en un endroit donné de la lame pour un grand nombre de valeurs de λ dans le visible. En effet, le nombre de valeurs de λ dans le spectre visible vérifiant la condition $2ne = (2k-1)\lambda/2$ augmente avec e . La figure d'interférences obtenue, addition de toutes ces couleurs, donne à l'œil une teinte homogène blanche, qu'on appelle le **blanc d'ordre supérieur** (c'est ce qu'on observe dans le bas de la lame, c'est à dire dans le haut de l'écran).

Les interférences ne sont alors plus visibles à l'œil. On peut toutefois les analyser à l'aide d'un spectromètre. On observe ce qu'on appelle un **spectre cannelé** : les cannelures correspondent aux longueurs d'ondes pour lesquelles les interférences sont destructives, c'est à dire aux valeurs λ_k telles que $2ne = k\lambda_k$. Cette condition permet aussi de remonter à la valeur de l'épaisseur :



On voit sur les images que les interférences sont invisibles à l'œil dès que $k > 6$ typiquement, soit $2ne > 6\lambda$, c'est à dire $e > 1\ \mu\text{m}$. Ceci explique que l'observation de ce type d'interférences dans la nature nécessite des **lames très minces**, d'épaisseur typiquement **inférieure à un micron**.

C'est pourquoi, on peut observer des franges sur une lame de savon, une fine couche d'huile déposée sur de l'eau, mais pas sur une lame de microscope par exemple.

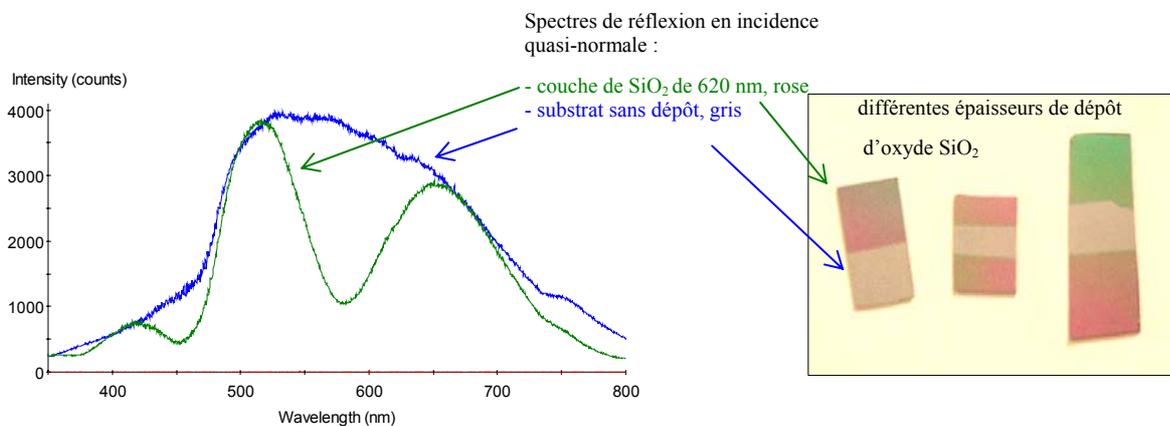
L'observation d'interférences sur des lames épaisses nécessite une source lumineuse très monochromatique (laser).

➤ **Conclusion :**

Plus généralement, l'étude des franges d'égale épaisseur permet de **mesurer des épaisseurs optiques avec une précision de l'ordre de la fraction de λ , soit typiquement 100 nm dans le visible**. Ces franges ne sont **visibles en lumière blanche que si l'épaisseur de la lame est inférieure à typiquement 1 μm** .

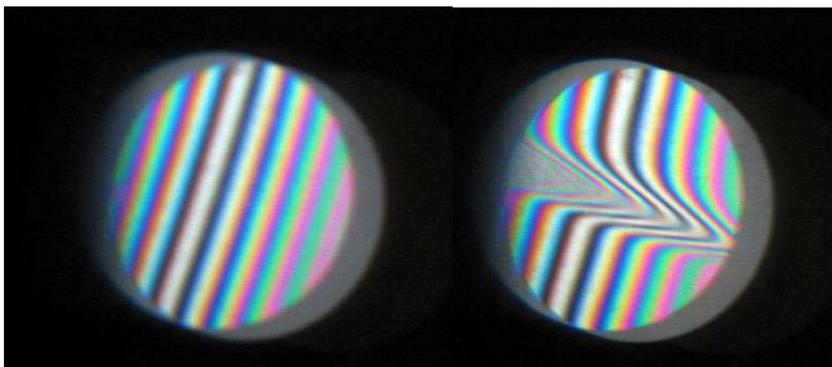
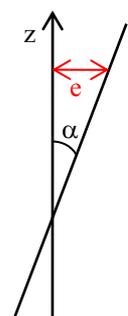
La mesure de l'épaisseur optique permet de déduire **l'épaisseur de la lame** si on connaît l'indice du matériau, ou inversement **l'indice du matériau** si on connaît l'épaisseur de la lame.

On peut par exemple visualiser en temps réel les déformations d'un objet en observant l'évolution dans le temps de la figure d'interférences qu'il produit, ou mesurer l'épaisseur d'un dépôt mince sur un substrat (exemple ci-dessous : dépôt d'oxyde SiO_2 sur substrat de Si).



II - Un dispositif équivalent : l'interféromètre de Michelson en configuration « coin d'air » :

Lorsque les deux miroirs du Michelson sont quasiment symétriques par rapport à la séparatrice (ie près du « contact optique ») mais ne sont pas rigoureusement parallèles, on a l'équivalent d'un « coin d'air » : les interférences se produisent par réflexion sur deux surfaces **planes** faisant un très petit angle α entre elles. L'épaisseur e de la lame d'air variant linéairement avec la distance z à l'arête du coin ($e \approx \alpha z$), les franges d'égale épaisseur sont parallèles à l'arête du coin et **équidistantes** : en lumière monochromatique, l'interfrange est $i \approx \lambda/(2\alpha) \times G$ (grandissement du montage). La photo ci-dessous montre des franges obtenues en lumière blanche :

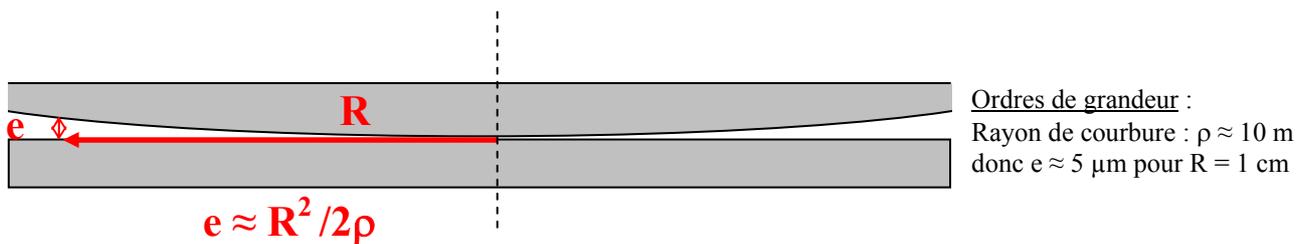


Sur l'image de gauche, on voit des franges rectilignes et symétriques par rapport à la position correspondant à une différence de marche nulle (frange noire). A droite, on voit l'effet d'une perturbation due à un jet de gaz (bombe de dépoussiérant placé devant l'un des deux miroirs) : la variation locale d'indice de réfraction due au jet produit un décalage des franges.

Ordres de grandeurs : sur cette photo, on observe environ 4 franges à partir de la frange centrale, ce qui correspond à une différence de marche de 4λ , soit une variation d'épaisseur de $4\lambda/2 \approx 1 \mu\text{m}$ (pour $\lambda \approx 500 \text{ nm}$). Le diamètre des miroirs du Michelson étant d'environ 2 cm, cette variation d'épaisseur se produit sur environ 1 cm (la frange centrale étant ici près du centre des miroirs), donc l'angle entre les miroirs est $\alpha \approx 1 \mu\text{m} / 1 \text{ cm} \approx 10^{-4} \text{ rad}$ (cet angle n'est pas mesurable sur l'appareil).

III - Autre dispositif équivalent : les anneaux de Newton :

Schéma du dispositif : Il s'agit d'une lentille sphérique de très grand rayon de courbure (une dizaine de mètres ...) donc quasi-plate (le schéma ci-dessous n'est pas du tout à l'échelle), déposée sur une lame de verre à faces parallèles. L'espace entre ces deux objets crée une lame d'air d'épaisseur très fine. Des interférences de type « franges d'égale épaisseur » auront donc lieu à cet endroit, exactement comme dans une lame de savon.

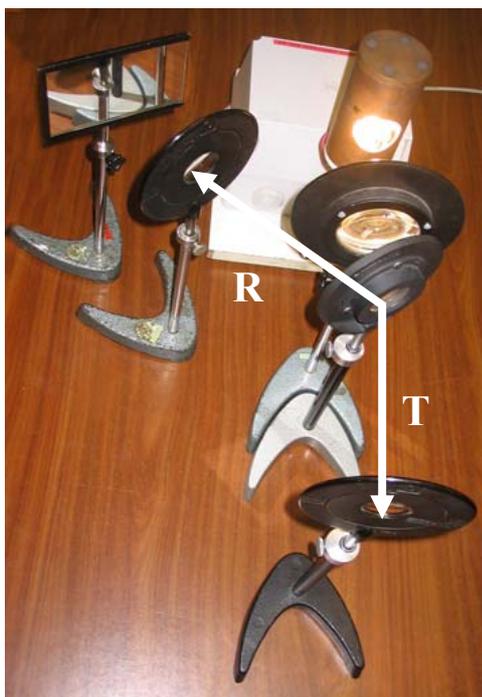


Remarque : des interférences du même type pourraient avoir lieu dans l'épaisseur de la lentille ou de la lame de verre, mais l'épaisseur de ces objets, très supérieure à la longueur de cohérence temporelle de la source, empêche de voir ces interférences.

La symétrie du dispositif fait que les franges d'interférences seront circulaires (attention à ne pas confondre avec les anneaux d'Haidinger, obtenus avec un Michelson en lame d'air, qui sont des anneaux d'égale inclinaison et non d'épaisseur ...).

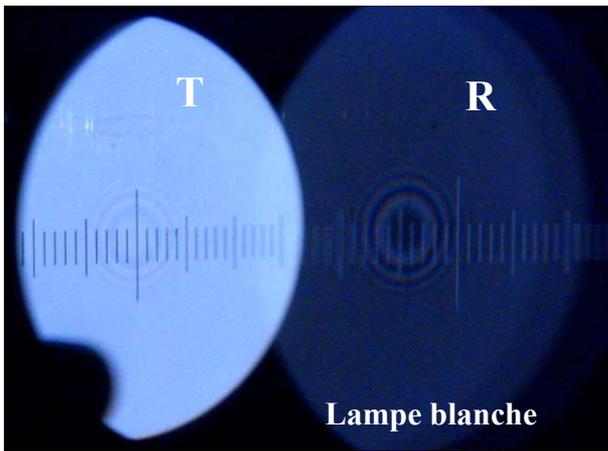
L'épaisseur de la lame d'air varie en première approximation comme de carré de la distance au centre ($e \approx R^2/2\rho$, ρ étant le rayon de courbure de la lentille). Les anneaux ne seront donc pas équidistants mais auront un rayon R variant en $\sqrt{\rho}$. En écrivant que les franges correspondent à $2e = k\lambda$ (en incidence quasi-normale), on trouve : $R = \sqrt{k\lambda\rho}$

On repèrera les anneaux brillants si le centre est brillant, ce qui est le cas en transmission puisque le centre correspond à une épaisseur nulle. En réflexion, le centre est noir : on repèrera donc les anneaux sombres.



Montage optique :

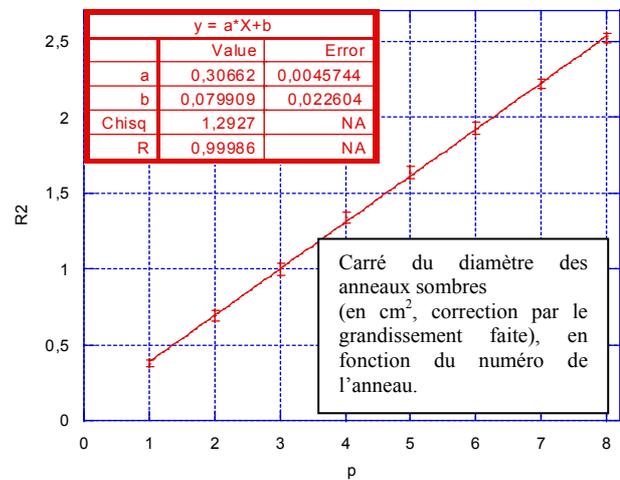
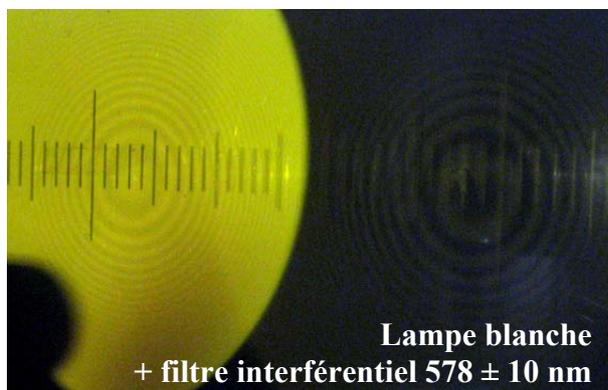
Le montage est identique à celui utilisé pour projeter l'image de la lame de savon. L'image du dispositif peut être projetée à la fois en transmission et en réflexion, côte à côte sur un même écran, en utilisant deux lentilles et un miroir. On a choisi ici une lentille de focale 15 cm pour projeter l'image en transmission, et 20 cm en réflexion (le trajet optique du dispositif à l'écran étant un peu plus long en réflexion, on obtiendrait un grandissement plus important en utilisant la même focale qu'en transmission).



Toutes les remarques faites précédemment sur la lame de savon sont transposables ici :

- interférences localisées sur le dispositif
- en réflexion la luminosité est plus faible mais le contraste est meilleur qu'en transmission ; le contraste est inversé (en particulier, le centre des anneaux est noir en réflexion alors qu'il est blanc en transmission)
- si la source lumineuse est blanche, quand on s'éloigne du centre les anneaux sont de plus en plus irisés, le contraste devient de moins en moins bon, le blanc d'ordre supérieur apparaît après 5 ou 6 franges

Pour les mesures, on ajoute un filtre coloré (au passage, on peut remarquer que le nombre de franges visibles augmente puisque la cohérence temporelle de la source devient meilleure). Le graphique ci-dessous montre la progression du diamètre $D = 2R$ des anneaux sombres, mesurés sur l'image obtenue en réflexion :



La pente de la droite $D^2 = f(k)$ vaut $a = 4\lambda\rho$ (attention à tenir compte du grandissement G , que l'on estime en mesurant sur l'écran la taille des graduations, qui représentent 1 mm sur le dispositif ; ici $G = 7,75$).

Remarque : l'ordonnée à l'origine doit théoriquement être nulle si le centre des anneaux est noir, c'est-à-dire si l'épaisseur de la lame d'air est nulle au centre du dispositif (lentille exactement posée sur la lame de verre). Ici, on a modélisé les points expérimentaux par une loi du type $y = ax+b$ pour tenir compte d'une éventuelle ordonnée à l'origine non nulle (épaisseur non nulle). La valeur de b/a représente alors l'ordre d'interférences au centre des anneaux (pas exactement entier si le centre n'est pas rigoureusement noir).

Validation du modèle : $\chi^2_{th} = 8 - 2 = 6$; $\Delta\chi^2_{th} = [2 \times (8-2)]^{1/2} \approx 3,5$, donc $\chi^2_{th} = 8 \pm 3,5$; $\chi^2_{exp} \approx 1,3$ est plus faible que χ^2_{th} : le modèle est validé, mais les incertitudes sont sans doute un peu surestimées.

On en déduit un rayon de courbure : $\rho = a/(4\lambda) = 13,26$ m.

Incertitudes : $\Delta\rho/\rho = [(\Delta a/a)^2 + (\Delta\lambda/\lambda)^2 + 2(\Delta G/G)^2]^{1/2}$

- Δa peut être déterminée graphiquement en recherchant l'écart entre la pente max et min passant par l'essentiel des barres d'erreur, ou avec le logiciel *Kaleidagraph* (ou *Synchronie*) en entrant les barres d'erreur associées à chaque point expérimental. C'est ce qui a été fait ici. On trouve : $\Delta a/a \approx 0,1/7 \approx 1,5$ %.

- $\Delta\lambda$ est donnée par la bande passante du filtre (ici un filtre interférentiel) : $\Delta\lambda/\lambda \approx 10$ nm / 578 nm $\approx 1,7$ %.

- ΔG est donnée par la précision de mesure de la taille des graduations sur l'écran. Ici, on a mesuré 10 graduations (1 cm sur le dispositif) qui correspondent à 7,75 cm, à ± 1 mm près de chaque côté, soit : $\Delta G/G \approx \sqrt{2} \times 1$ mm / 7,75 cm $\approx 1,8$ %.

On obtient donc : $\Delta\rho/\rho \approx 3,4$ % donc $\rho = 13,3 \pm 0,5$ m. A comparer à la valeur constructeur (donnée dans la notice) : $\rho = 12,144$ m (dispositif Leybold). La mesure est assez précise (3,4 %) mais en désaccord avec la valeur constructeur, puisque l'erreur ($13,3 - 12,1 = 1,2$ m) est supérieure à deux fois l'incertitude (mais peut-on faire entièrement confiance à cette valeur constructeur ?)