# C – Mesure de l'indice de réfraction d'un gaz avec un Michelson

On propose ici de mesurer par interférométrie l'indice de réfraction d'un gaz (et plus précisément sa variation avec la pression).

L'expérience consiste à placer devant l'un des deux miroirs d'un Michelson une cellule cylindrique contenant le gaz étudié (de l'air par exemple) et à faire varier sa pression en utilisant une pompe manuelle équipée d'un manomètre. On observe alors un défilement des franges, que l'on compte en fonction de la dépression.

L'interféromètre de Michelson est éclairé par un laser de façon à observer des franges quelconques (rectilignes ou anneaux, près ou loin du contact optique : peu importe, donc inutile ici d'être un virtuose du réglage du Michelson …).

En plaçant la cellule contenant le gaz devant l'un des deux miroirs, on décale le système de franges d'interférences puisqu'on introduit une différence de marche :

$$\delta = \delta_0 + 2e\times(n-1)$$

$\delta_0$ étant un décalage fixe dû aux fenêtres d'entrée et de sortie de la cellule, e l'épaisseur de gaz dans la cellule et n son indice de réfraction.

On suppose que cet indice varie linéairement avec la pression P (hypothèse que l'on pourra vérifier *a posteriori*) :

$$\boxed{\mathbf{n(P) = 1 + \alpha P}}$$

On a donc :

$$\delta = \delta_0 + 2e\,\alpha\,P$$

Or, $\delta = k\lambda$ lorsque les interférences sont constructives (k entier : ordre d'interférences).

Quand la pression varie, l'indice de réfraction donc la différence de marche varie, donc les franges défilent. On a alors :

$\Delta\delta = 2e\,\alpha\,\Delta P = \Delta k\,\lambda$ où $\Delta k$ est le nombre de franges qui ont défilé pour une dépression $\Delta P$

soit $$\boxed{\boldsymbol{\alpha = (\Delta k/\Delta P) \times \lambda/(2e)}}$$

Méthode de mesure :
On place un repère fixe sur l'écran et on note les valeurs de la dépression ($\Delta P$) lue sur le manomètre pour chaque passage d'une frange ($\Delta k$ = 1, 2, …) sur ce repère. On trace ensuite $\Delta P$ en fonction de $\Delta k$. On doit trouver une droite (si l'hypothèse de linéarité faite ci-dessus est justifiée), dont la pente ($\Delta P/\Delta k$) permet de calculer $\alpha$, puis d'en déduire n(P).

Si on n'a pas le temps de tracer une courbe, on peut se contenter de compter le nombre N de franges qui défilent entre la pression atmosphérique et le « vide », et écrire :

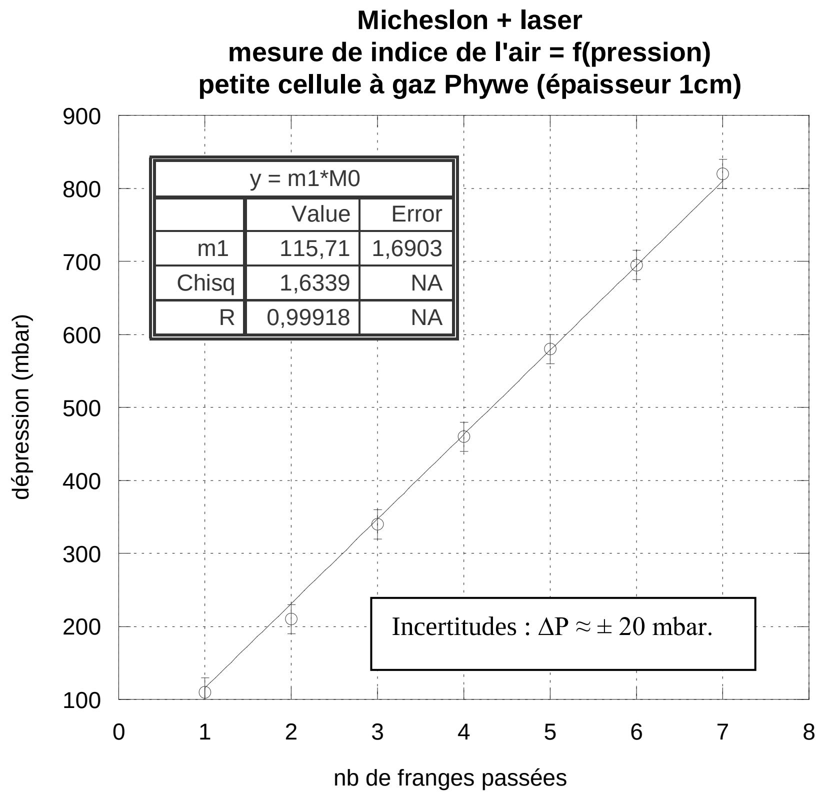
$\delta = \delta_0 + 2e\times(n-1) = k\lambda$ donc $\Delta\delta = 2e\times\Delta n = \Delta k\lambda$, soit $\Delta n = \Delta k\,\lambda/2e$

donc pour une variation de pression de $P_{atm}$ à 0 (n=1) donnant $\Delta k$ = N franges : $\boxed{n(P_{atm}) = 1 + N\times\lambda/(2e)}$.
ce qui revient à supposer (sans le vérifier) une variation linéaire de l'indice avec la pression.

Pour les valeurs tabulées de l'indice des gaz, consultez un Handbook (disponible dans la bibliothèque du 1$^{er}$ étage).

On dispose de deux cellules : une petite (e = 1 cm), adaptée aux Michelsons Sopra (petits miroirs), et une grande (e = 5 cm), adaptée au Michelson DMS (grands miroirs). La mesure sera plus précise avec cette dernière, car on comptera un plus grand nombre de franges. La précision sur l'épaisseur e de ces cellules est inconnue.

<u>Exemple de mesure (effectuée avec la petite cellule e = 1 cm)</u> :




<u>Validation du modèle linéaire</u> :

$\chi^2_{exp} = 1{,}63 < \chi^2_{th}$ (= 7 points – 1 paramètre de fit = 6) : OK
(sur le graphique, on voit que la droite modèle passe quasiment dans toutes les barres d'erreur)

<u>Calcul de l'indice</u> :

$\alpha = (\Delta k/\Delta P) \times \lambda/(2e) = \lambda/(2e)$ / pente de la droite ci-dessus

On calcule ici : $\alpha = 633.10^{-9}/(2.10^{-2}\times115{,}71.10^{-3}) = 2{,}73.10^{-4}$ bar$^{-1}$

donc finalement : $n(P) = 1 + \alpha P = 1 + 2{,}73.10^{-4}$ P(en bar) = 1,000277 pour $P_0$ = 1 atm = 1,013 bar.

<u>Incertitudes</u> :

$(n-1) = \alpha P = \lambda/(2e)$ P / pente

Si on néglige l'incertitude sur e (inconnue …), sur $\lambda$ (négligeable) et sur P (on cherche la valeur de n à $P_0$ = 1,013 bar), l'incertitude relative sur (n-1) est égale à l'incertitude relative sur la pente, soit (cf. colonne « error » dans le graphique ci-dessus) : 1,69/115 ≈ 1,5 %.

$n-1 = 2{,}77.10^{-4}$ donc l'incertitude sur (n-1) est $4.10^{-6}$

Finalement : **n = 1,000 277 ± 0,000 004 à P atm.**

On remarquera au passage l'excellente précision des mesures interférentielles : on atteint ici la cinquième (voire sixième) décimale de l'indice de l'air !